


20    년    월    일    요일

시간 :    장소 :      
          학교    학년    반  
          번    이름 :

# 3D 입체그림 - 지형 -

산이나 섬, 바닷속 해구의 등고선 지도를 높이에 맞추어 투명 그림판에 차례로 그리고 번호대로 쌓아올려 [3D 입체그림]으로 표현해 봅니다.

## 실험키트구성 ....

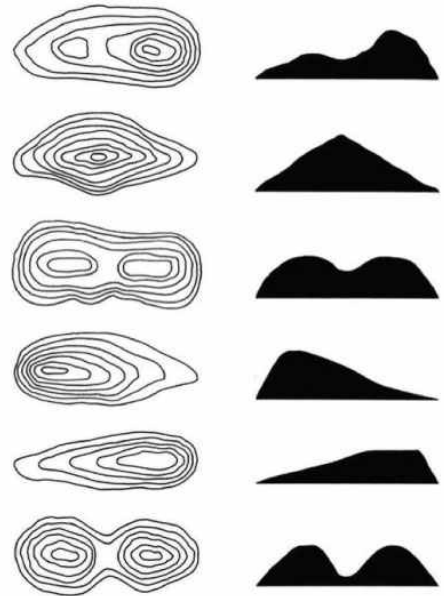
투명 그림판(A, B), 활동지, 양면테이프, 알콜솜

## 준비를 ....

유성펜(가능하면 색깔별로 준비)

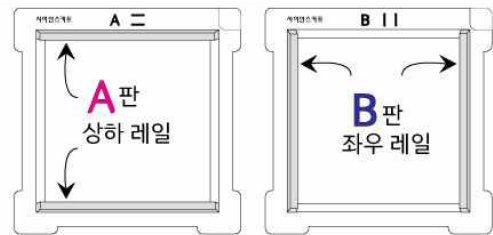
지형을 나타낸 지도에는 등고선을 볼 수 있습니다.  
다음 여러가지 등고선을 보고  
이 등고선이 무엇을 의미하는지 생각하여 적어봅시다.

## 등고선 [contour line, 等高線]



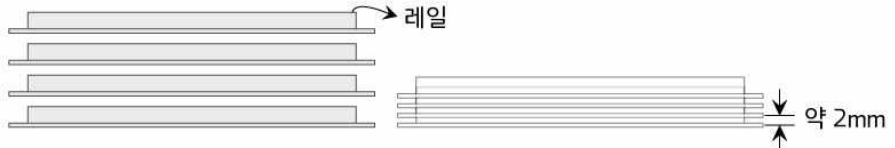
이 실험에서 등고선을 그리는 곳 **투명 그림판**

**A B** 두 종류의 투명 그림판이 있습니다.

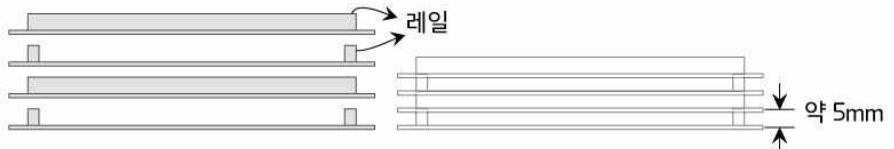


레일의 방향을 선택하여 쌓으면, 그 방법에 따라 판과 판 사이의 간격을 조절할 수 있습니다.

같은 판을 쌓으면 간격이 촘촘합니다. (예:A-A-A-A-A, B-B-B-B-B)



다른 판을 번갈아 쌓으면 간격이 넓어집니다. (예:A-B-A-B-A-B-A-B)



입체 그림을 위하여 특수하게 제작된 것으로 다양하게 응용할 수 있습니다.

## 실험방법 ....

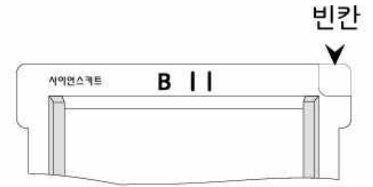
### [사용할 등고선 정하기]

활동지를 펼치면 세 가지 등고선 지도- **해구**, **산**, **성** - 가 있습니다.  
이 중 하나를 정합니다.

### [판에 번호를 쓰고 등고선 그리기]

선택한 등고선 지도에 따라 판에 번호를 쓰는 방법이 다릅니다.

아래의 내용대로 **선택한 지도**에 따라 맞는 순서로 투명 그림판에 그림을 그립니다.



#### ① 해구 과 산 을 선택한 경우

1. A, B 투명판 오른쪽 윗 부분 빈칸에 숫자를 씁니다.



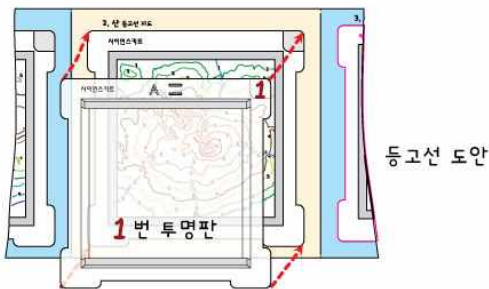
- A판 과 B판 을 번갈아가며 씁니다.



투명그림판은 똑바로 놓고  
1부터 10까지 차례로 그림  
을 그립니다.



2. 1번 투명판을 등고선 지도에 잘 맞추어 올려놓습니다.



3. 유성펜으로 1번 선을 따라 그립니다.



- 산 등고선지도의 경우 산 골짜기를 따라 흐르는 물도 같이 표현합니다.

- 원하는 색으로 자유롭게 표현합니다. (초록 산, 단풍든 산, 검푸른 해구 등)

#### ② 성 을 선택한 경우

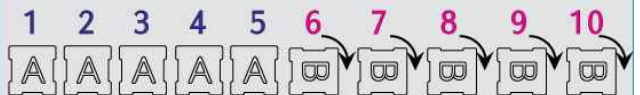
1. A, B 투명판 오른쪽 윗 부분 빈칸에 숫자를 씁니다.



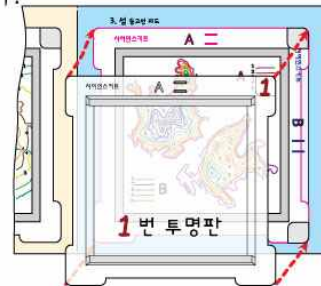
- A판 5개를 연속으로, 그다음 B판 5개를 연속으로 씁니다.



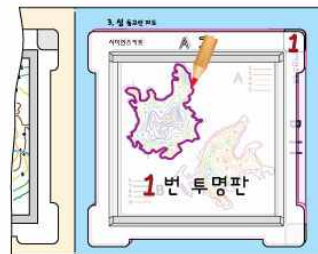
투명그림판은 똑바로 놓고  
1부터 5까지 차례로 그림을 그린 후  
6부터 10까지는 시계방향으로 90°  
돌려 그립니다.



2. 1번 투명판을 섬 등고선 지도 위에 잘 맞추어 올려놓습니다.

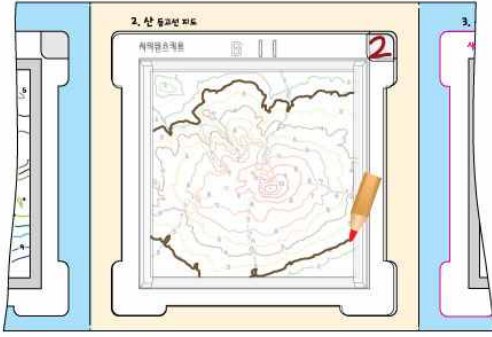


3. 유성펜으로 1번 선을 따라 그립니다.



- 그림을 고치려면 알콜솜으로 문질러 닦은 후 마르면 다시 그립니다.

4. 2번 투명판에 등고선 2번을 그립니다.

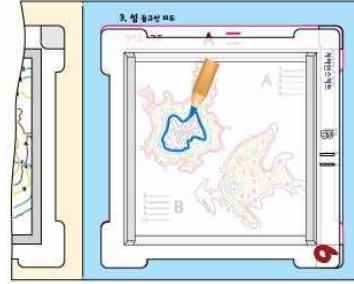
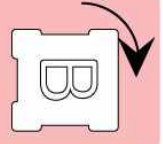


5. 같은 방법으로 10번까지 그립니다.

4. 투명판 2번에 등고선 2번을 그립니다.

5. 같은 방법으로 5번까지 그립니다.

6. 6번 투명판 부터는 등고선 지도는 그대로 두고 투명 그림판만 오른쪽으로 90도 돌려서 그림을 그립니다.



7. 10번 투명판까지 6번과 같은 방법으로 그림을 그립니다.

### [투명 그림판 쌓아 완성하기]

1. 1번 투명판이 맨 아래, 10번 투명판이 맨 위로 오도록 차례대로 쌓아놓고 입체그림이 잘 완성되었는지 확인합니다.

- 그림을 고치려면 알콜솜으로 문질러 닦은 후 마르면 다시 그립니다.

2. 1번 투명판 아래에 양면테이프를 두 군데 정도 붙이고 선택한 등고선 뒷면에 있는 배경그림에 맞추어 붙입니다.

- 활동지를 배경그림이 위로 오도록 다시 잘 접거나 원하는 배경그림 페이지만 잘라 사용합니다.

3. 배경그림에 붙인 1번 투명판을 바닥이 평평한 곳에 잘 놓고 그 위로 2번, 3번~ 10번투명판 까지 쌓아올리면 완성됩니다.

① 해구와 산을 선택한 경우

판과 판 사이가 넓어 높은 입체 그림이 완성됩니다.

② 성을 선택한 경우

판과 판 사이가 좁아 낮은 입체 그림이 완성됩니다.



### 실험시 주의사항 ....

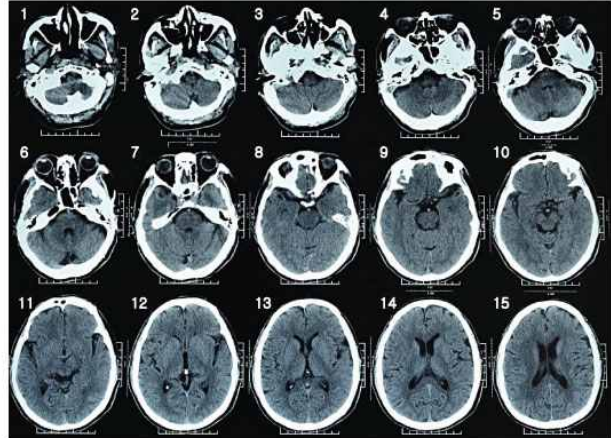
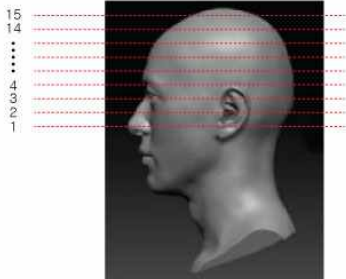
1. 투명 그림판의 간격은 A와 B를 배열하는 순서로 조절할 수 있습니다. [보고서 1쪽 참고] 간격을 조절하려면 배열을 다르게 하면 됩니다.
2. 유성펜으로 그린 그림을 고치고 싶다면 알콜솜으로 지운 후 말려서 다시 그리면 됩니다.
3. 투명 그림판의 재질은 PET 입니다. 높은 온도의 물이나 난로 등 고온의 물체에 닿지 않도록 주의합니다.



## 원리학습 ....

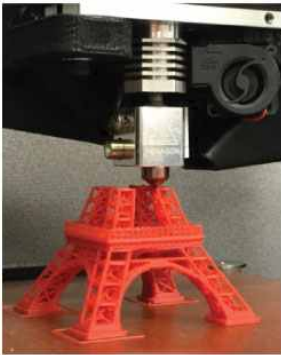
오늘의 실험은 높이가 같은 [등고선]을 그린 여러 장의 평면을 이용하여 입체를 표현하는 실험입니다. 우리 주변의 생활과학에서 이러한 예를 많이 찾아볼 수 있습니다.

이런 사진을 본 적 있나요?



**CT 촬영**이란 컴퓨터단층촬영(斷層撮影, Computed Tomography)을 말하는데 일반 촬영으로 나타낼 수 없는 신체의 단층영상을 기록하여 나타내는 장치입니다.

위 15장의 사진은 오른쪽 사람의 머리를 1번부터 15번 위치로 이동하며 단층촬영하여 얻은 사진들입니다. 각 높이마다 사진을 찍어 재구성하면 평면이 아닌 입체적인 몸 속의 구조물들을 잘 판단할 수 있습니다. 이러한 이유로 CT촬영은 종양 등의 진단법으로 널리 이용되고 있습니다.



**3D 프린터**가 작동되는 모습을 본 경험이 있지요?

노즐에서 녹은 재료가 한 줄씩 나와서 같은 높이의 평면을 만들고 그 위에 또 한 줄씩 쌓여 입체를 만드는 모습도 이와 비슷하지요. 요즘은 3D 프린터를 이용하여 못만드는 것이 없다고 합니다.

## 3D입체그림 - 지형 -

에서 사용된 등고선 지도는 어디일까요? 실제 지형을 참고하여 그린 창작지도입니다.

### 해 구

지구상에서 제일 깊은 바다인 마리아나 해구를 참고하여 표현하였습니다.  
평균 수심이 7000~8000m에 이른다고 합니다.

### 산

우리나라 한라산을 참고하여 표현한 등고선 지도입니다.  
맨 위의 9번과 10번 투명판을 이용하여 움푹 패인 한라산의 백록담을 표현하였습니다.  
골짜기와 능선도 찾아보세요.

### 섬

우리나라 독도의 동도와 서도를 참고하여 표현하였습니다.  
섬의 넓이에 비해 고도가 높지 않아 촘촘하게 쌓아 나타내었습니다.

투명 그림판을 놓는 순서에 따라 높이가 변하므로, 더 높은 섬과 더 낮은 산, 더 완만한 바닷속 지형 등 여러가지로 응용하여 여러분이 직접 다른 작품에 도전해보세요.

## 느낌점 ....

## ■ 교사용 실험 자료실 ■

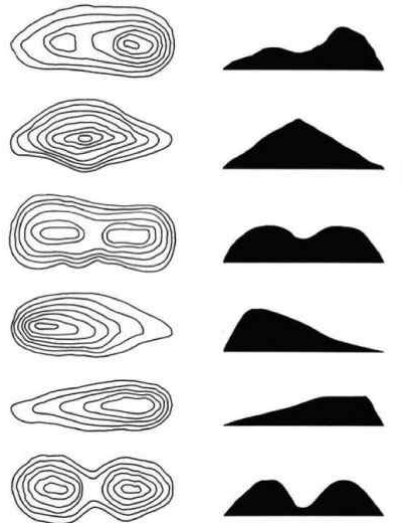
실험 제목	3D입체그림		실험 원리	CT촬영, 등고선, 평면과 입체	
실험 시간	40분	실험 분야	지구과학	실험 방법	개별 실험
세트구성물	투명 그림판(A,B), 활동지, 양면테이프, 알콜솜				
교사준비물			학생준비물	유성펜, 각종 그림 재료	
실험 결과	학생 1인당 [3D입체그림-지형] 을 완성하여 가지고 갑니다.				
실험 팁	<p>TIP 1. 판의 순서를 주의합니다. A,B 두 종류의 판에 번호를 쓸 때, 선택한 도안에 따라 그 방법이 달라집니다. 보고서를 잘 보고 실험합니다.</p> <p>TIP 2. 유성펜으로 등고선지도를 보고 그릴 때 알콜솜으로 수정이 가능합니다.</p> <p>TIP 3. 원하는 지형이 있다면 스스로 고안하여 그릴 수 있습니다. 판의 순서로 간격도 조절하면서 다양한 지형을 표현해볼 수 있습니다.</p>				

### 생각해보기 ....

지형을 나타낸 지도에는 등고선을 볼 수 있습니다.  
다음 여러가지 등고선을 보고  
이 등고선이 무엇을 의미하는지 생각하여 적어봅시다.

### 등고선 [contour line, 等高線]

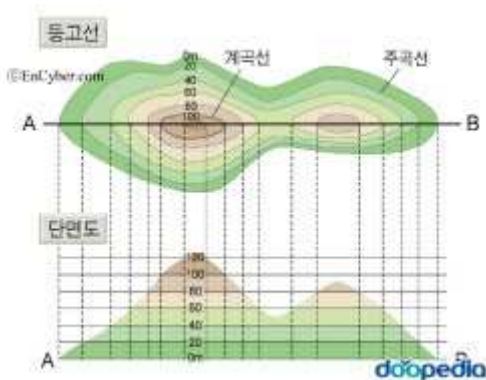
등고선이란 지도에서 해발고도가 같은 지점을 연결하여 각 지점의 높이와 지형의 기복을 나타내는 곡선입니다. 등고선이 있으면 실제 땅이 어떤 모양으로 솟아있는지, 능선의 가파름이 어떤지, 골짜기의 위치 등 여러 정보를 알 수 있습니다.



### 등고선[ contour line , 等高線 ]

지도에서 해발고도가 같은 지점을 연결하여 각 지점의 높이와 지형의 기복을 나타내는 곡선.

### 등고선과 단면도(1:50000)



전통적인 지도의 가장 큰 단점은 2차원으로서 해당 지점의 높이를 표현할 수 없다는 점이다. 그래서 2차원인 지도 상에 높이를 표현할 수 있는 장치가 필요한데 대표적인 방법이 바로 등고선을 이용하는 것이다. 등고선은 글자 그대로 높이가 같은 지점을 연결한 선이다. 이때 높이의 기준이 되는 것은 보통 평균해수면이 되며, 높이가 같다는 것은 해발고도가 같은 지점임을 의미한다.

가장 일반적으로 사용되는 지도는 지형도로, 이로 인해 지형도를 일반도라 부른다. 등고선은 평면상인 지형도에서 높이를 표시하는 매우 효과적인 방법이며, 특정 지점의 높이를 나타내줄 뿐 아니라 연속되는 곡선의 배치 모양으로부터 지형의 전체적인 윤곽을 파악할 수 있도록 해준다. 사면의 경

사 정도 여부, 산지에서 정상부의 위치나 능선과 계곡이 나타나는 곳 등 지형 정보들을 얻을 수 있다. 예를 들어, 등고선의 간격이 좁은 경우 그 지역은 경사가 급한 지역을 나타내며, 반대로 등고선 간격이 넓은 경우 경사가 완만한 지역을 나타낸다. 또한 산 정상에서 낮은 곳을 향하여 등고선이 불룩한 경우 능선을 나타내며, 반대로 산의 정상 방향으로 오목하게 들어간 경우 계곡을 나타낸다. 그리고 하천이 있다면 바로 이러한 계곡을 따라 흐를 것이기 때문에 하천의

위치도 추론할 수 있게 된다.

등고선의 종류에는 계곡선(計曲線)·주곡선(主曲線)·간곡선(間曲線)·조곡선(助曲線)이 있다. 가장 기본이 되는 것은 주곡선으로서 일정한 높이마다 가는 실선으로 나타내며, 축척 1 : 50,000 지도에서는 20m의 고도차, 축척 1 : 25,000의 지도에서 10m의 고도차를 나타낸다. 계곡선은 이러한 주곡선 5개마다 굵은 실선으로 표시하여 여러 개의 등고선을 읽기 쉽게 나타낸 선이다. 간곡선은 부곡선(副曲線)이라고도 하는데, 주곡선만으로는 기복의 표현이 미흡한 경우에 주곡선과 주곡선 사이에 가는 파선으로 나타내며, 축척 1 : 50,000의 지도에서 10m의 고도차를 나타낸다. 조곡선은 보조곡선(補助曲線)이라고도 하는데, 지형이 극히 완만하여 주곡선이나 간곡선으로 나타내기 어려운 상세한 지형을 나타내는데 사용하며, 축척 1 : 50,000의 지도에서 5m의 고도차를 나타낸다.

이밖에 등고선의 특징은 반드시 폐곡선(閉曲線)의 형태로 나타난다는 점인데, 일반적으로 특정 영역을 분리하여 나타낸 지도의 경계부에서는 끊겨서 나타나기도 한다. 또한 절벽 등에서는 등고선이 겹치게 나타날 수 있으며, 한 지점에서 그 등고선에 직각인 방향이 최대급경사의 방향이 된다.

[네이버 지식백과] 등고선 [contour line, 等高線] (두산백과)

### CT 사진의 원리

#### 적분의 응용

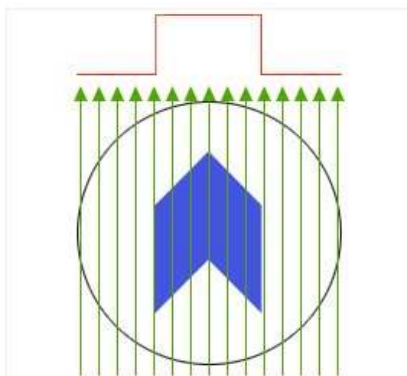
1979년 노벨 의학 및 생리학상은 하운스필드(Godfrey Hounsfield, 1919-2004)와 코맥(Alan Cormack, 1924-1998)이 받았다. X선 CT (Computed Tomography) 진단법을 개발했다는 것이 수상 이유다. 이들이 CT 진단법을 만들 때 중요하게 사용한 수학 이론이 '라돈 변환'(Radon Transform)이라는 것인데, 여기서 라돈은 방사성 원소 이름이 아니라 오스트리아의 수학자 라돈(Johann Radon, 1887-1956)을 가리킨다. 아쉽게도 1979년에 라돈은 이미 사망했기 때문에 노벨상을 받지 못했다는 말이 있는데, 역사에 가정은 없는 법이니 진실을 알 수는 없다. 그런데 라돈 변환이라는 것이 무엇이기기에 CT, MRI, fMRI, 초음파 진단기 등 의학용 진단 장비에 쓰인다는 걸까? 간단하게 원리만 살펴보기로 하는데, 열쇠말부터 챙기자. '적분'

#### 사이노그램 (sinogram)

2차원 물체를 예를 들어 설명하자. 오른쪽 그림에서 파란색으로 표시한 것과 같은 물건이 있다고 하자. 그림에서 동그라미로 둘러싼 영역 내부는 밖에서 보이지 않는 상황이다. 이 때, X선 사진을 여러 장 찍어 보이지 않는 물체의 위치 및, 모양을 알아내는 게 목표다.



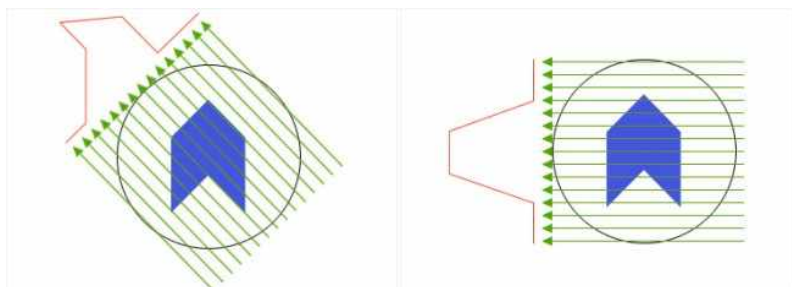
바깥에서 내부를 향해 일정 방향으로 X선을 쬐는데, 파란색 부분에서는 일정 비율로 흡수가 일어나고, 나머지 부분은 온전히 통과한다고 하자. X선을 투입한 반대쪽에 X선 감지기를 달면 얼마나 흡수되었는지 알 수 있을 것이다. 이때, X선이 지나간 길에 놓인 물체의 길이에 따라, 흡수된 양이 결정될 것이다.



예를 들어 아래쪽(0도 방향이라 부르자)에서 나란하게 X선을 쬐어 흡수된 양을 그래프로 나타내면 왼쪽 위에 나타낸 그래프와 같을 것이다. X선이 지나간 부분의 길이를 그래프로 나타낸 것이다.

마찬가지로 X선 발생 장치를 회전시켜가며 투과시키면 그래프를 얻게 되는데, 예를 들어 45도, 90도 방향과 나란하게 쬐어 흡수된 양을 나타낸 그래프는 아래와 같을 것이다.

예를 들어 1도씩 회전하며 이런 식으로 사진을 찍었다면 모두 180개의 그래프를 얻을 것이다. (180도 이상 회전하여 얻는 그래프는 똑같은 것이므로 굳이 더 찍을 필요는 없다.)



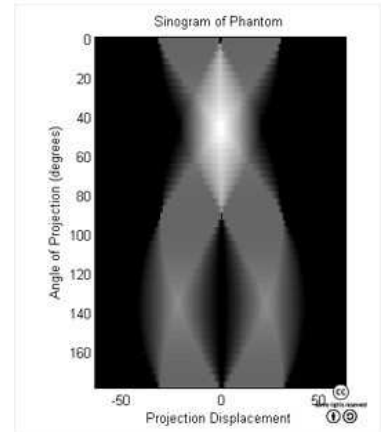
이처럼 여러 각도로 X선 사진을 찍어 얻은 그래프를 시각화한 것을 사이노그램이라 부른다. 예를 들어 오른쪽은

wikipedia 에서 가져온 가상의 사이노그램이다. 세로축을 보면 각이 주어져 있는데, 0도부터 180도까지 나와 있다. 각 각도마다 중심축을 기준으로 해당하는 그래프의 높이를 명암을 써서 시각화한 것이다. 이 그림에서는 흰색에 가까울수록 흡수가 많이 됐다는 뜻이다. 예를 들어 45도쯤을 보면, 가장자리 쪽은 거의 흡수가 없지만 중심 부분에서 상당히 흡수가 많이 일어난 걸 알 수 있다. 요즘이라면, 3차원 그래픽 기술을 써서 보기 좋게 나타낼 수도 있겠지만...

이제 질문은 이렇다. 여러 각도로 충분히 조밀하게 X선 사진을 찍어 얻은 그래프를 이용해, 원래 영상을 복원할 수 있을까? 사이노그램만으로 어떤 물체를 찍은 것인지 바로 알 수 있을 만큼 대단한 공간 지각력을 지닌 사람은 아마 없을 것 같다.

**사이노그램의 복원**

가상의 사이노그램. <출처: wikipedia>



이미 언급한 대로, 사이노그램은 근본적으로 X선이 통과하는 영역의 길이를 구하면 얻을 수 있다. 즉, 수학적으로 X선 흡수량은 적분값을 구하는 문제로 이해할 수 있다.

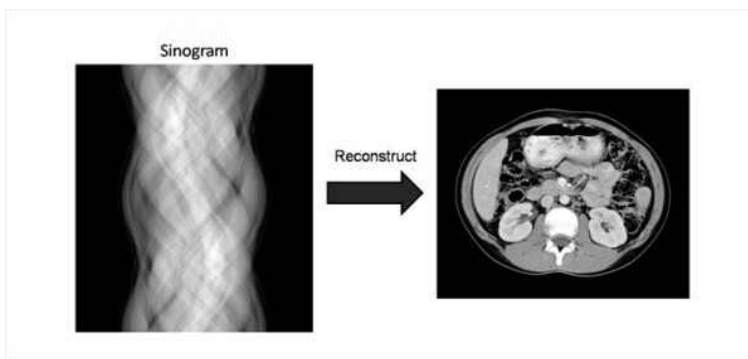
응? 그렇다면! 원래의 영상을 구하는 것은, 적분의 역연산인 미분을 쿵쾅쿵쾅하듯 얻을 수 있겠군. 쉽네! 그렇기만 했다면야 무슨 문제가 있을까만, 놀랍게도(?) 사이노그램으로부터 원래의 영상을 복원하는 방법은 미분이 아니라, 적분이다. 사실 이런 현상은 어느 정도 일반적이다. 수식이 많이 등장하므로 소개하진 않지만, (그리고 보니 오늘은 수식을 하나도 안 썼다) 라돈 변환은 푸리에 변환이라고 부르는 변환의 일종이다. 푸리에 변환은 공학이나 물리학 등에서 광범위하게 많이 등장하는 유용한 변환인데, 푸리에 변환의 역변환은 '적분'을 통해 얻는다. 따라서 라돈 변환의 역변환 역시 적분을 통해 얻을 수 있음을 짐작할 수 있는데, 사실도 그렇다.

**고속 푸리에 변환**

물론 실제로 의학용 진단 장비가 치환적분이나 부분적분 같은 것을 하는 것은 아니다. 실용적인 면에서는 적당히 많은 구간으로 쪼개 측정치를 구한 뒤, 그 값을 더하는 방식을 취한다. 진단의 정확성을 보장하려면 측정치가 많아야 하는데, 문제는 측정치가 많을수록 계산량이 급속도로 늘어난다는데 있다. 라돈 변환과 역변환이 알려진 후 거의 60년이 지나서야 의학용 진단 장비가 비로소 등장한 데에는 이런 이유가 컸다. 계산이 빠른 컴퓨터가 등장한 후 CT가 실용화되는 데 결정적인 역할을 한 것은 (이산) 푸리에 변환을 빠르게 계산하는 방법으로 컴퓨터에도 이식하기 좋은 계산법인 고속 푸리에 변환(FFT, Fast Fourier Transform)이 나오고 나서다.

**넓이를 재는 적분. 나와는 관계 없는 것?**

수학이란 어떤 의미에서는 안 보이는 것을 보이게 하는 학문이다. 빵 다섯 개 중에서 세 개만 남았을 경우, 이미 뺏속에 들어가서 보이지 않게 된 빵 두 개를 셈하게 하는 것이 수학의 출발이었다면, 지금은 찌꺼기나 뜯지 않고도 인체의 내부를 들여다 보게 하는데 도움을 주는 학문으로까지 발전했다.



CT로 찍은 원 데이터인 사이노그램(좌)과 이를 수학적으로 처리해 만들어낸 인체의 단면 사진(우). 수학이 안 보이는 것을 보이게 해주었다. <출처: Adam Wang, 'Localized Noise Power Spectrum Analysis'>

적분은 넓이를 구하는 이론일 뿐이라고 생각하는 사람이 많다. 하지만 위에서 보았듯이 뜻밖(?)의 곳에서 미적분을 비롯한 고급 수학을 사용하는 경우가 많다. 위에서 언급한 푸리에 변환만 하더라도, 전자기, 열, 파동 등을 이해할 때 자주 등장한다. 방금 본 예만 가지고도, 예를 들어 지진파를 측정하여 지구 내부의 맨틀 등의 구조를 이해하고 지각 활동의 모형을 세우는 데도 수학을 사용할 수 있음을 짐작할 수 있을 것이다. 지질학, 고고학 발굴, 유전 및 광물 자원 탐사 등에 앞서 땅속의 모습을 알아내는 데도 각종 수학이 동원된다. 현재도 부단한 노력이 투자되고 있는데, 지진 예측을 포함한 성과를 이뤄, 인류의 삶의 질을 높일 수 있기를 바라 마지 않는다.